$$\sqrt{a-\sqrt{a+x}}=x$$

ОДЗ на x
a+x>=0 => x>=-a
x>=0

Пусть V(a+x)=y, тогда
0<=x<=V(a-y)
o<=y<=V(a+x)
т.к. y,x>=0 =>x^2=a-y   y^2=a+x   вычтем
x^2 - y^2 = a - y - (a+x)
(x-y)(x+y) = -y -x
(x-y)(x+y)+(y+x)=0
(x+y)(x-y+1)=0

1)
x+y=0   y=-x
y^2=a+x   x^2-x-a=0

2)
x-y+1=0   y=x+1
y^2=a+x   (x+1)^2=a+x

решаем
1)
y=-x,x>=0,y>=0 => y=x=0 => a=0
т.е. при a=0 и x=0

2)
x^2+2x+1 - a - x=0
x^2+x+1 - a=0
D=1-4(1-a)=1-4+4a=4a-3

D<0   4a-3<0 => a<¾   => решений нет
D>=0   4a-3>=0 => a>=¾   => x1,x2=[-1+-V(4a-3)] / 2
т.к. x>=0 , то x=[-1+V(4a-3)] / 2 при a>=¾

решения найдены при a=0 => x=0   a>=¾ => x=(V(4a-3) - 1) / 2

просеем их через ОДЗ
а) a=0 => x=0   x>=-a   x>=0   -   проходит
б) a>=¾
x=(V(4a-3) - 1) / 2>=0 => V(4a-3)>=1   => (4a-3)>=1 => a>=1
(V(4a-3) - 1) / 2>=-a => (V(4a-3)-1)/2>=-a=> (4a-3)>=1-2a

(4a-3)>=1-2a
a<=½
4a-3>=1-4a+4a^2
a>½
a>=3/4

a<=½
4a^2-8a+4<=0
a>=¾

a<=½
(a-1)^2<=0   ∅
a>=3/4

в итоге a>=1
Ответ:
a>=1 x=(V(4a-3) - 1) / 2
a=0 => x=0
при остальных а нет решений